

Løsningsforslag for utvalgte oppgaver fra kapittel 1

Innhold

1.2–3	Supermaskiner og algoritmer	1
1.2–4	Finn kompleksiteten	1
1.3–2	1.3–2 Vis at $2^{n+2} \in \Theta(2^n)$	2
1.3–3	Vis at $3^{3n} \notin \Theta(3^n)$	2
1.4–1	Analyser algoritme 1.7	2
1.4–2	Analyser algoritme 1.8	2

1.2–3 Supermaskiner og algoritmer

b)

n	$T_1(n) = 5 \cdot 10^{-5}n^2$		$T_2(n) = 2n$	
	tid i ms	tid	tid i ms	tid
10^3	50 ms		2 000 ms	2 s
10^4	5 000 ms	5 s	20 000 ms	20 s
10^5	500 000 ms	8 min, 20 s	200 000 ms	3 min, 20 s
10^6	50 000 000 ms	13 t, 53 min, 20 s	2 000 000 ms	33 min, 20 s

c)

$$5 \cdot 10^{-5}n^2 = 2n \Rightarrow 2,5 \cdot 10^{-5}n = 1 \Rightarrow n = \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-5}} = 40\,000$$

De to løsningene er like raske ved $n = 40\,000$.

1.2–4 Finn kompleksiteten

a) n^2

b) $n \log n$

c) $n^2 \log n$

1.3–2 1.3–2 Vis at $2^{n+2} \in \Theta(2^n)$

Bruker definisjonen av Θ , og må dermed vise følgende:

$$0 \leq c_1 2^n \leq 2^{n+2} \leq c_2 2^n \text{ for passende positive } c_1, c_2 \text{ og alle } n \geq n_0.$$

Deler ulikheten med 2^n og får:

$$0 \leq c_1 \leq 2^2 \leq c_2$$

Nå ser vi lett at dette er oppfylt for alle n hvis vi f.eks velger $c_1 = c_2 = 4$.

1.3–3 Vis at $3^{3n} \notin \Theta(3^n)$

Bruker igjen definisjonen, og må nå vise at følgende er umulig:

$$0 \leq c_1 3^n \leq 3^{3n} \leq c_2 3^n \text{ for alle } n \geq n_0 \text{ og passende } c_1 \text{ og } c_2.$$

Forenkler ved å dele ulikheten med 3^n :

$$0 \leq c_1 \leq 3^{2n} \leq c_2$$

Dette kan vi oppfylle for c_1 , men ikke for c_2 . Hvis n blir stor nok, $\left(n > \frac{\log c_2}{2 \log 3}\right)$, gjelder ikke ulikheten.

1.4–1 Analyser algoritme 1.7

To løkker inni hverandre, total kompleksitet er dermed produktet av kompleksiteten for de to løkkene. Den ytterste har kompleksiteten $\Theta(n)$, den innerste $\Theta(m)$. Kompleksiteten blir dermed $\Theta(nm)$

1.4–2 Analyser algoritme 1.8

Linje 2: $\Theta(1)$

Linje 3: $\Theta(n)$

Linje 4: $\Theta(n)$

Kompleksiteten for algoritmen er summen av alt dette, $\Theta(n)$. (De to løkkene stod etter hverandre, så kjøretidene legges sammen. Konstante faktorer kan fjernes, derfor ingen konstant foran n).